

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 8

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $(40 - 2 \cdot 10) : 5$ este egal cu
- 5p 2. După o scumpire cu 10%, prețul unui obiect devine 44 de lei. Prețul obiectului înainte de scumpire era ... de lei.
- 5p 3. Frația subunitară din mulțimea $A = \left\{ \frac{3}{2}, \frac{10}{11}, \frac{11}{10}, 3 \right\}$ este
- 5p 4. Dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 8\text{ cm}$ și aria de 80 cm^2 . Lungimea laturii BC este egală cu ... cm .
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor AC și $B' D'$ are măsura de ...° .

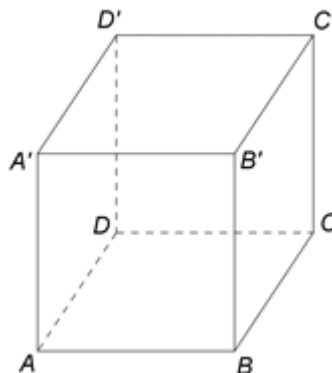
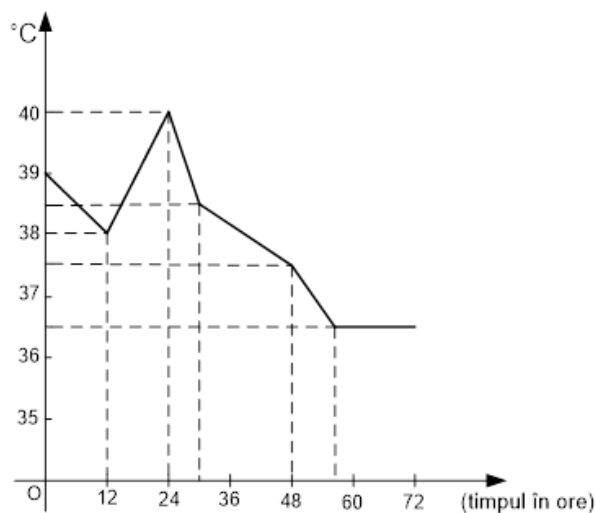


Figura 1

- 5p 6. În graficul de mai jos este înregistrată temperatura unui pacient pe parcursul a 72 de ore.



Conform informațiilor din grafic, cea mai mare temperatură înregistrată pentru acest pacient este egală cu ...°C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$.
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor naturale a , b și 8 este egală cu 16. Arătați că media aritmetică a numerelor a și b este egală cu 20.
- 5p 3. Un automobil parcurge în trei zile o distanță de 1200 km. În prima zi parcurge $\frac{2}{5}$ din distanță, a doua zi 30% din distanță și restul în a treia zi. Calculați distanța parcursă de automobil în a treia zi.

4. Se consideră numerele reale $a = \left(0, (3) + \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{15^2 - 12^2}}\right)^{-1}$ și $b = \left(\frac{42}{\sqrt{98}} - \sqrt{3^2 + 4^2} + \frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}\right) : 5 + |\sqrt{2} - 3|$.

5p a) Arătați că $a = \frac{9}{8}$.

5p b) Arătați că media geometrică a numerelor a și b aparține mulțimii $I = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 - 2(x-2)(x+1) - (x+1)^2$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul $N = E(2n+1) - E(2n-1)$ este multiplu al lui 8.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 24\text{cm}$, $CD = 8\text{cm}$ și $AD = 10\text{cm}$. Dreptele AD și BC se intersectează în punctul E și punctele M și N sunt situate pe dreapta AB astfel încât $DM \perp AB$ și $EN \perp AB$.

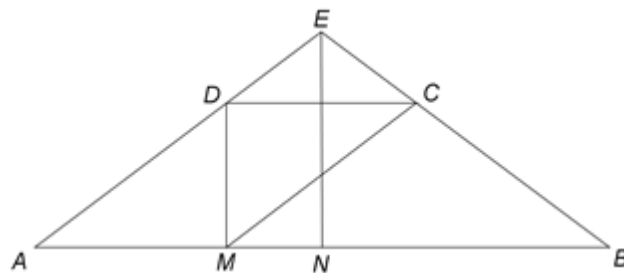


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 52 cm.

5p b) Determinați lungimea segmentului EN .

5p c) Știind că G este punctul de intersecție a dreptelor EN și MC , demonstrați că G este centrul de greutate al triunghiului ABE .

2. În Figura 3 este reprezentată o piramidă $VABCD$ cu $VA = VB = VC = VD$ și unghiul dintre VB și planul (ABC) cu măsura de 45° . $ABCD$ este pătrat cu $AB = 18\text{cm}$, punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC , respectiv VD și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .

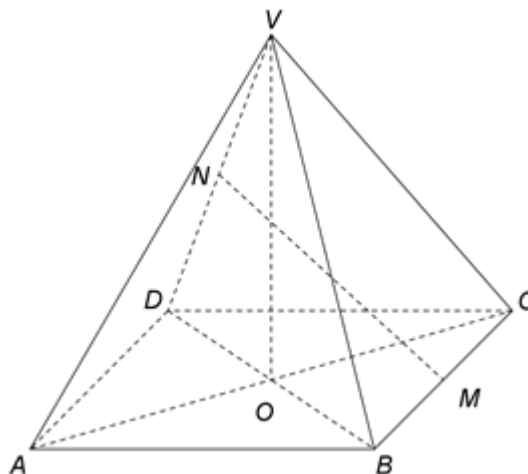


Figura 3

5p a) Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 324cm^2 .

5p b) Demonstrați că dreapta OM este paralelă cu planul (VAB) .

5p c) Demonstrați că $MN = 9\sqrt{3}\text{cm}$.

T8: REZOLVARE

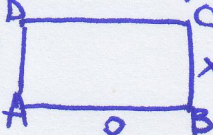
SUBIECTUL I: 1.) $(40 - 2 \cdot 10) : 5 = (40 - 20) : 5 = 20 : 5 = 4$;

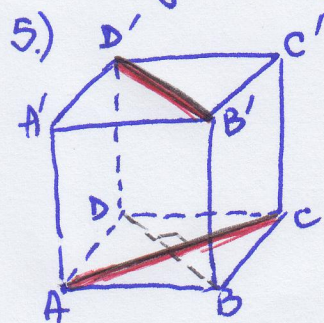
2.) Notăm cu x prețul înainte de scumpire.

$100\% + 10\% = 110\%$ și atunci $(110\% \text{ din } x) = 44 \text{ lei}$, deci

$$\frac{110}{100} \cdot x = 44 \Leftrightarrow x = 44 : \frac{110}{100} \Leftrightarrow x = 44 \cdot \frac{100}{110} = 40 \text{ (lei)}.$$

3.) O fracție subunitară are numitorul mai mare ca numărătorul, deci fracția subunitară din $A = \left\{ \frac{3}{2}; \frac{10}{11}; \frac{11}{10}; \frac{3}{1} \right\}$ este $\frac{10}{11}$.

4.)  $A_{ABCD} = L \cdot l = AB \cdot BC = 8 \cdot x = 80 \text{ (cm}^2\text{)} \Rightarrow x = 80 : 8 \Rightarrow x = 10$, deci $BC = 10 \text{ cm}$.



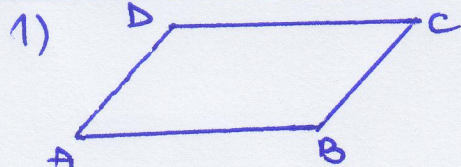
AC și $B'D'$: necoplanare

Ducem $BD \parallel B'D'$ (Într-adevăr $BB' \parallel DD'$; $BB' = DD' \Rightarrow BDD'B'$: paralelogram $\Rightarrow BD \parallel B'D'$)

Atunci $m(\widehat{AC; B'D'}) = m(\widehat{AC; BD}) = 90^\circ$ pentru că AC și BD sunt diagonalele pătratului $ABCD$, deci $BD \perp AC$.

6.) 40°C (Obs.: S-ar putea să aibă COVID-19)

SUBIECTUL al II-lea:



$$2) m_a(a, b, 8) = \frac{a+b+8}{3} = 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a+b+8 = 3 \cdot 16 = 48 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a+b = 48 - 8 = 40$$

$$m_a(a; b) = \frac{a+b}{2} = \frac{40}{2} = 20, \text{ g.e.d.}$$

3.) Notăm cu x distanța pe care o avem:

parcură a III-a și a II-a

$$\frac{2}{5} \cdot 1200 + \frac{30}{100} \cdot 1200 + x = 1200 \Leftrightarrow 480 + 360 + x = 1200 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1200 - 480 - 360 = 1200 - 840 = 360 \text{ (km)}. R: 360 \text{ km.}$$

$$4) a) a = \dots = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{9} \right)^{-1} = \left(\frac{3+5}{9} \right)^{-1} = \left(\frac{8}{9} \right)^{-1} = \frac{9}{8}, \text{ g.e.d.}$$

$$b) b = \dots = \left(\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - 5 + \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) : 5 + 3 - \sqrt{2} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - 5 + \frac{6\sqrt{2}}{2} \right] : 5 + 3 - \sqrt{2} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - 5 + 3\sqrt{2} \right] : 5 + 3 - \sqrt{2} = (3\sqrt{2} - 5 + 2\sqrt{2}) : 5 + 3 - \sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 5) : 5 + 3 - \sqrt{2} = 5(\sqrt{2} - 1) : 5 + 3 - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1 + 3 - \sqrt{2} = 2; m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{9}{8} \cdot 2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{2} \square \frac{3}{2} \square \sqrt{3} \quad | \cdot 4 \Rightarrow 2 \square \frac{9}{4} \square 3 \quad | \cdot 4 \Rightarrow 8 < 9 < 12, \text{ deci } \frac{3}{2} \in (\sqrt{2}; \sqrt{3}), \text{ g.e.d.}$$

$$5) E(x) = (2x-1)^2 - 2(x-2)(x+1) - (x+1)^2 =$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - 2(x^2 + x - 2x - 2) - (x^2 + 2x + 1) =$$

$$= \underline{4x^2} - \cancel{4x} + \cancel{1} - \underline{2x^2} - \underline{2x} + \cancel{4x} + \cancel{4} - \underline{x^2} - \underline{2x} - \cancel{1} =$$

$$= x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$$

Deci $E(x) = (x-2)^2$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

Dacă avem $n \in \mathbb{N}^*$

$$E(n) = (n-2)^2.$$

$$E(2n+1) = (2n+1-2)^2 = (2n-1)^2 = 4n^2 - 4n + 1$$

$$E(2n-1) = (2n-1-2)^2 = (2n-3)^2 = 4n^2 - 12n + 9$$

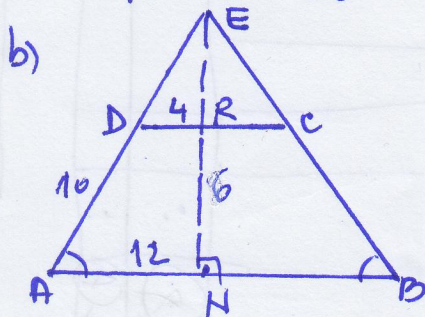
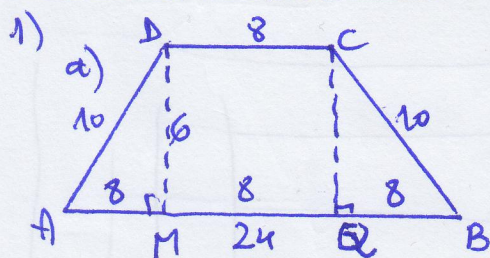
$$N = E(2n+1) - E(2n-1) = 4n^2 - 4n + 1 - (4n^2 - 12n + 9) =$$

$$= \cancel{4n^2} - \cancel{4n} + 1 - \cancel{4n^2} + \underline{12n} - 9 =$$

$$= 8n - 8 = 8(n-1), \text{ deci } N : 8 \text{ pentru orice}$$

număr natural $n \geq 1$, adică nemul.

SUBIECTUL al III-lea:



$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$$

$$AB = 24_{\text{cm}}, CD = 8_{\text{cm}}, AD = BC = 10_{\text{cm}} (\text{tr. isoscel})$$

$$P_{ABCD} = 24 + 10 + 8 + 10 = 52(\text{cm}), 2. \text{ e. d.}$$

Ducem $DM \perp AB, CQ \perp AB$ înălțimi $\Rightarrow$
 $\Rightarrow MQCD$: dreptunghi și avem $MQ = CD = 8 \text{ cm}$.

$$AM = QB = \frac{AB - CD}{2} = \frac{AB - MQ}{2} = \frac{24 - 8}{2} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$$

Cu T.P. în $\triangle MAD$ ($\hat{M}$ drept) avem:

$$DM^2 = AD^2 - AM^2 = 10^2 - 8^2 = 6^2 (\text{nr. pitagorice}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DM = 6 \text{ cm}$$

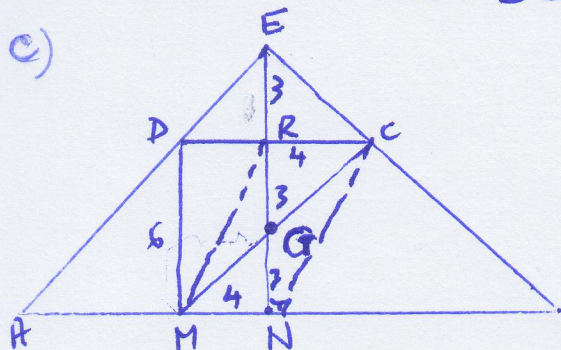
Notăm $EN \cap CD = \{R\}$, $\triangle EDR \sim \triangle EAN$ (T.f.N) $\Rightarrow \frac{ER}{EN} = \frac{DR}{AN} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Aici avem $\triangle EAB$: isoscel, $\triangle EDC$: isoscel, înălțimile lor, EN respectiv ER : mediane.

$$RN = DM = 6 \text{ cm și avem } \frac{ER}{ER+6} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3ER = ER+6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2ER = 6 \Rightarrow ER = 3 \text{ cm. Atunci } EN = ER + RN = 3 + 6 = 9 \text{ (cm).}$$

c)



$\triangle EAB$: isoscel
 EN : înălțime $\Rightarrow [EN]$: mediană

$\triangle EDC$: isoscel (en cu $\triangle EAB$ (T.f.N))

ER : înălțime $\Rightarrow [ER]$: mediană

$$CD = 8 \text{ cm} \Rightarrow DR = RC = 4 \text{ cm.} \quad \Rightarrow$$

$$MN = \frac{MC}{2} = \frac{CD}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm.} \quad \Rightarrow$$

$\Rightarrow RC = MN = 4 \text{ cm.} \quad \Rightarrow MNCR$: paralelogram $\Rightarrow$ diagonalele
 sale se înjumătățesc $\Rightarrow RG = GN$
 Dar $RN = 6 \text{ cm} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow RG = GN = \frac{6}{2} = 3 \text{ (cm).}$$

Atunci $\frac{EG}{EN} = \frac{ER+RG}{EN} = \frac{3+3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, deci G se află
 pe mediana $[EN]$ la $\frac{2}{3}$ de vârf (și $\frac{1}{3}$ de latură), deci G este
 centrul de greutate al $\triangle EAB$, g. e. d.

2)

a) $VA = VB = VC = VD \quad \Rightarrow VABCD$: piramidă
 $ABCD$ pătrat patrulateră regulată.

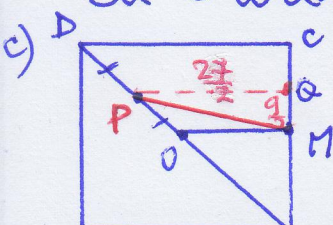
$$A_{ABCD} = a^2 = AB^2 = 18^2 = 18 \cdot 18 = 324 \text{ (cm}^2\text{).}$$

g. e. d.

b) O : mijlocul lui $[AC]$
 M : mijlocul lui $[BC]$ $\Rightarrow [OM]$: linie
 mijlocie în $\triangle CAB \Rightarrow OM \parallel AB \quad \Rightarrow$
 $ABC (VAB)$

$\Rightarrow OM \parallel (VAB)$, g. e. d. (O dreaptă exterioară

unui plan este paralelă cu planul dacă este paralelă
 cu o dreaptă din plan).



Ducem $NP \perp BD$, ea va fi perpendiculară și pe planul (ABE) ,
 deci $\triangle NPM$: dreptunghi (de aici vom afla MN cu T.f.N)
 N : mijl. lui $[VD] \Rightarrow P$: mijlocul lui $[OD]$, $\triangle VBD$: dr. isoscel $\Rightarrow$
 $\Rightarrow VO = OD = \frac{18\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2} \text{ cm, iar } NP = \frac{VO}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ (cm).}$
 $PQ \parallel OM \Rightarrow$ linie mijl. în trap. $OMCB \Rightarrow PQ = \frac{OM+CB}{2} = \frac{9+18}{2} = \frac{27}{2} \text{ (cm).}$
 $MQ = \frac{MC}{2} = \frac{9}{2}$ și (T.P.) $\Rightarrow PM = \dots = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ (cm). Cu T.P. în } \triangle NPM \Rightarrow MN = \dots = 9\sqrt{3} \text{ cm.}$

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 8

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	4	5p
2.	40	5p
3.	$\frac{10}{11}$	5p
4.	10	5p
5.	90	5p
6.	40	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelogramul Notează paralelogramul $ABCD$	4p 1p
2.	$\frac{a+b+8}{3} = 16 \Leftrightarrow a+b+8 = 48$ $a+b = 40$, deci media aritmetică a numerelor a și b este egală cu $\frac{a+b}{2} = 20$	3p 2p
3.	În prima zi automobilul parcurge $\frac{2}{5} \cdot 1200 = 480$ km A doua zi automobilul parcurge $\frac{30}{100} \cdot 1200 = 360$ km, deci în a treia zi automobilul parcurge $1200 - 480 - 360 = 360$ km	2p 3p
4.	a) $0,(3) + \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{15^2 - 12^2}} = \frac{3}{9} + \frac{5}{\sqrt{225 - 144}} = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$ $a = \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} = \frac{9}{8}$	3p 2p
	b) $b = \left(\frac{42}{7\sqrt{2}} - \sqrt{9+16} + \sqrt{8}\right) \cdot \frac{1}{5} + 3 - \sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 5) \cdot \frac{1}{5} + 3 - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1 + 3 - \sqrt{2} = 2$ $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{9}{8} \cdot 2} = \frac{3}{2} = 1,5$ și, cum $\sqrt{2} < \sqrt{2,25} < \sqrt{3}$, obținem $m_g \in I$	2p 3p
5.	$E(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 2(x^2 + x - 2x - 2) - (x^2 + 2x + 1) = 4x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 2x + 4 - x^2 - 2x - 1 = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$, pentru orice număr real x $N = (2n+1-2)^2 - (2n-1-2)^2 = ((2n-1)-(2n-3))((2n-1)+(2n-3)) = 2(4n-4) = 8(n-1)$, care este multiplu al lui 8, pentru orice număr natural nenul n	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $ABCD$ este trapez isoscel, deci $BC = AD = 10\text{ cm}$ $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 24 + 10 + 8 + 10 = 52\text{ cm}$	2p 3p
	b) $ABCD$ este trapez isoscel, deci $AM = \frac{AB - CD}{2} = 8\text{ cm}$ și $DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 6\text{ cm}$ $DM \parallel EN \Rightarrow \frac{DM}{EN} = \frac{AM}{AN}$ și, cum N este mijlocul lui AB , obținem $EN = 9\text{ cm}$	2p 3p
	c) $AM = DC = 8\text{ cm}$, $AM \parallel DC \Rightarrow AMCD$ paralelogram, deci $MC \parallel AD$ $MG \parallel AE \Rightarrow \frac{NG}{NE} = \frac{MN}{AN} = \frac{1}{3}$ și, cum EN este mediană în triunghiul ABE , obținem că G este centrul de greutate al triunghiului ABE	2p 3p
	2. a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 18^2 = 324\text{ cm}^2$	3p 2p
	b) M este mijlocul segmentului BC și O este mijlocul segmentului AC , deci MO este linie mijlocie în $\triangle CAB$ $OM \parallel AB$ și $AB \subset (VAB)$, deci $OM \parallel (VAB)$	3p 2p
	c) $\triangle VAC$ și $\triangle VBD$ sunt isoscele și O este mijlocul segmentelor AC și BD , deci $VO \perp AC$ și $VO \perp BD$ și, cum $AC \cap BD = \{O\}$, obținem $VO \perp (ABC) \Rightarrow m(\angle VBO) = 45^\circ \Rightarrow VB = 18\text{ cm}$ NP este linie mijlocie în $\triangle VAD$, unde P este mijlocul segmentului VA , deci $NP \parallel AD$ și $NP = \frac{AD}{2}$, deci $NP \parallel MB$ și $NP = MB \Rightarrow BMNP$ paralelogram, de unde obținem $MN = BP$ BP este înălțime în triunghiul echilateral $VAB \Rightarrow BP = 9\sqrt{3}\text{ cm}$, deci $MN = 9\sqrt{3}\text{ cm}$	2p 2p 1p